

М И А 6

**Всероссийская олимпиада школьников**  
**Математика**  
**Школьный этап**  
**2018-2019 учебный год**  
**Задания для 10 класса**

1. Что больше:  $2018^{2018} + 2016^{2016}$  или  $2018^{2016} + 2016^{2018}$ ?

2. Первую треть пути автомобиль проехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть проехал со скоростью 45 км/ч, а третью - со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля.

3. Решите систему уравнений:

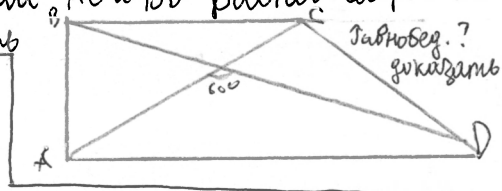
$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z)=72, \\ (y+z)(x+y+z)=120, \\ (x+z)(x+y+z)=96. \end{cases}$$

4. В некоторой трапеции длина одной из диагоналей равна сумме длин оснований трапеции, а угол между диагоналями равен  $60^\circ$ . Является ли трапеция равнобедренной?

5. Уравнение  $x^2 + bx + c = 0$  имеет два корня. Докажите, что если вычесть из коэффициента  $b$  любой из этих корней, а коэффициент  $c$  удвоить, то полученное уравнение также будет иметь корень.

*Ответы:*

4) В трапеции ABCD, AD || BC, AC = AD + BC,  $\angle AOD = \angle BOC = 60^\circ$ . В трапеции с проведенными диагоналями, треугольники с основаниями AD и BC, и вершинами в точке пересечения диагоналей, подобны.  $BC:AD = CO:OA$  и  $BC+AD = CO+OA$ , значит  $BC=CO$ ,  $AD=OA$ . Равнобедренные треугольники с одним из углов, равным  $60^\circ$  являются правильными. Треугольники AOD и BOC - правильные.  $BO=CO$ ,  $AO=DO$ , значит диагонали AC и BD равны. Следовательно трапеция ABCD - равнобедренная. Что и требовалось доказать.



3)  $(x+y)(x+y+z) + (y+z)(x+y+z) + (z+x)(x+y+z) = 72 + 120 + 96$

$(x+y+z)(x+y+y+z+z+x) = 288$   
 $2(x+y+z)^2 = 288 \Rightarrow (x+y+z)^2 = 144$   
 $x+y+z = 12$  или  $x+y+z = -12$

1)  $x+y+z = 12$   
 Тогда из системы получаем:  
 $x+y = 6, y+z = 10, z+x = 8$   
 П.к.  $x+y+z = 12 \Rightarrow z = 6, x = 2, y = 4$

2)  $x+y+z = -12$   
 Тогда из системы получаем:  
 $x+y = -6, y+z = -10, z+x = -8$   
 П.к.  $x+y+z = -12 \Rightarrow z = -6, x = -2, y = -4$

ответ:  $(2, 4, 6)$   $(-2, -4, -6)$

40

$$v2) \frac{3}{\frac{1}{60} + \frac{1}{45} + \frac{1}{30}} \cdot \frac{33}{\frac{3}{2} - 1} = 60 \text{ км/ч} - \text{средняя скорость } 50$$

$$v1) 2018^{2018} + 2016^{2016} = 2018^{2016} + 2016^{2018} \quad 05$$

Павел, потому что видно на шаг, степени и числа совпадают, легко прогадывать.